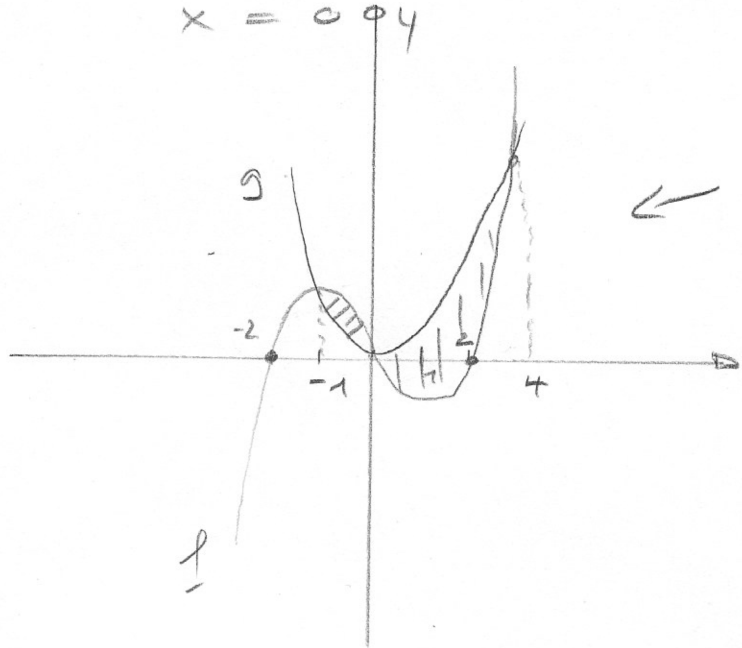
Lösung Aufgabe 7b

$f(x) = x^3 - 4x \qquad g(x) = 3x^2$

Als erstes skizzieren wir die Graphen mithilfe der Nullstellen.

$$x^3 - 4x = 0 \qquad\qquad 3x^2 = 0$$
$$x(x^2-4) = 0 \qquad\qquad x = 0$$
$$x = 0 \quad x^2 = 4$$
$$x = \pm 2$$



nur eine qualitative Skizze

Nun berechnen wir die Schnittstellen

$$f(x) = g(x)$$
$$x^3 - 4x = 3x^2$$
$$x^3 - 3x^2 - 4x = 0$$
$$x(x^2 - 3x - 4) = 0$$
$$x = 0 \qquad x^2 - 3x - 4 = 0$$
$$(x-4)(x+1) = 0$$
$$x = 4 \quad x = -1$$

Somit ist die Fläche die hier von den beiden Graphen eingeschlossen wird

$$A = \underbrace{\int_{-1}^{0} (f(x) - g(x))\,dx}_{A_1} + \underbrace{\int_{-1}^{0} (g(x) - f(x))\,dx}_{A_2}$$

$$A_1 = \int_{-1}^{0} (x^3 - 3x^2 - 4x)\,dx = \Big[\underbrace{\tfrac{1}{4}x^4 - x^3 - 2x^2}_{H}\Big]_{-1}^{0} = H(0) - H(-1) = \frac{3}{4}$$

$$A_2 = \int_{0}^{4} (-x^3 + 3x^2 + 4x)\,dx = \Big[\underbrace{-\tfrac{1}{4}x^4 + x^3 + 2x^2}_{K}\Big]_{0}^{4} = K(4) - K(0) = 32$$

$$\Rightarrow \quad A = A_1 + A_2 = \frac{3}{4} + 32 = 32{,}75 \text{ FE}$$